

UNIDAD 2. INECUACIONES Y SISTEMAS DE INECUACIONES

Actividad 1

- a) Soluciones: $x = 2$ y $x = 3$.
 b) Soluciones: $x = 2$ y $x = 3$.

Actividad 2

Soluciones: $x = -1$ y $x = 0$.

Actividad 3

- a) Por ejemplo $3x - 12 \leq 6$; $x - 4 \leq 2$; $-x + 4 \geq -2$.
 b) $2x + 8 > -4$; $x + 4 > -2$; $2x > -12$.
 c) $5x + 3 < 2x - 4$; $10x + 6 < 4x - 8$; $3x < -7$.

Actividad 4

Se transforma la primera en la segunda aplicando los principios de equivalencia.

Ecuación: $x - \frac{5}{3}x + 8 < 2$.

Multiplicar por 3: $3x - 5x + 24 < 6$.

Transponer términos: $-2x < -18$.

Multiplicar por -1 : $2x > 18$.

Actividad 5

Se transforma la primera en la segunda aplicando los principios de equivalencia.

Ecuación: $3x - \frac{3}{2}x + 8 \leq 2 + \frac{1}{3}x$.

Multiplicar por 6: $9x + 48 \leq 12 + 2x$.

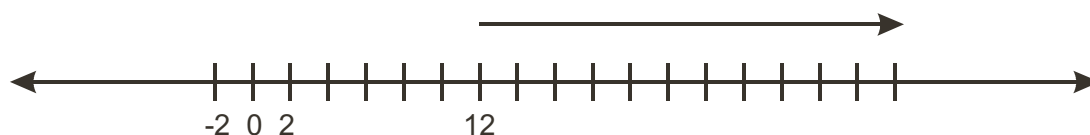
Transponer términos: $9x + 36 \leq 2x$.

Dividir por 9: $x + 4 \leq \frac{2x}{9}$.

Actividad 6

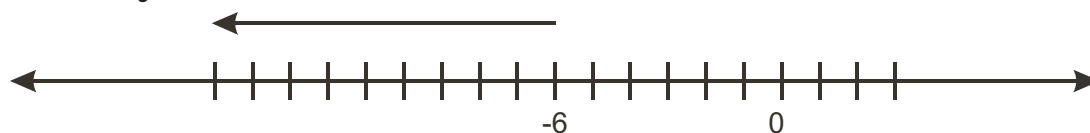
- a) $\frac{3x+4}{5} > 8$; $3x+4 > 40$; $3x > 36$; $x > 12$.

La solución gráfica es:



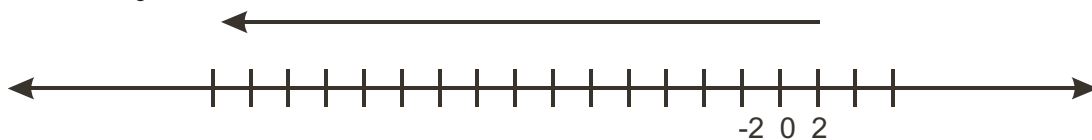
- b) $\frac{x+3}{3} < \frac{x+1}{5}$; $5x+15 < 3x+3$; $2x < -12$; $x < -6$.

La solución gráfica es:



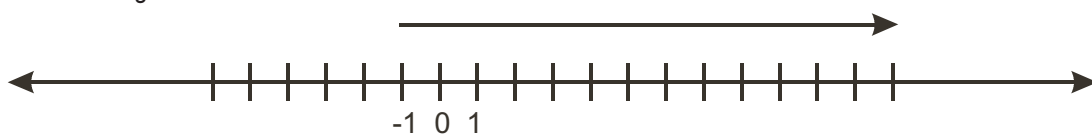
c) $\frac{x-2}{4} \geq \frac{2x-4}{3}$; $3x-6 \geq 8x-16$; $-5x \geq -10$; $x \leq 2$.

La solución gráfica es:



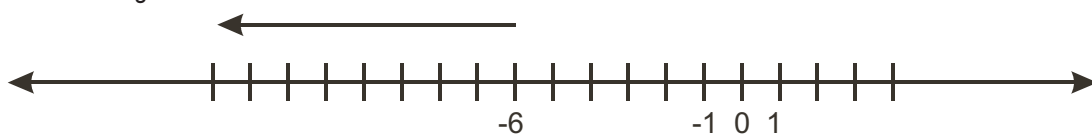
d) $\frac{x+2}{3} \geq \frac{9+x}{24} - \frac{x+1}{4}$; $8x+16 \geq 9+x-6x-6$; $13x \geq -13$; $x \geq -1$.

La solución gráfica es:



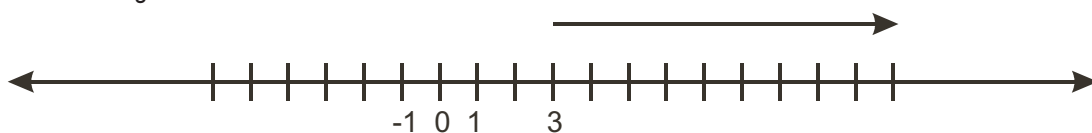
e) $\frac{x+2}{6} - \frac{x}{24} \leq \frac{x+1}{3} - \frac{x+1}{4}$; $4x+8-x \leq 8x+8-6x-6$; $x \leq -6$.

La solución gráfica es:



f) $\frac{1+x}{2} < \frac{1+3x}{5}$; $5+5x < 2+6x$; $-x < -3$; $x > 3$.

La solución gráfica es:

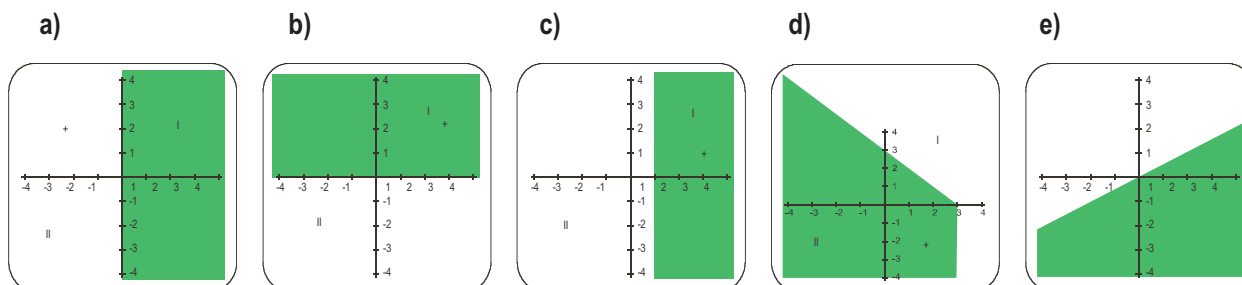


Actividad 7

Sea p el peso del paquete. Coste 1° = $3 + \frac{0,10}{100}p$; Coste 2° = $4,5 + \frac{0,06}{100}p \rightarrow 3 + \frac{0,10}{100}p = 4,5 + \frac{0,06}{100}p \rightarrow$
 $\rightarrow 300 + 0,1p = 450 + 0,06p \rightarrow 0,04p = 150 \rightarrow p = 3\,750$ gramos.

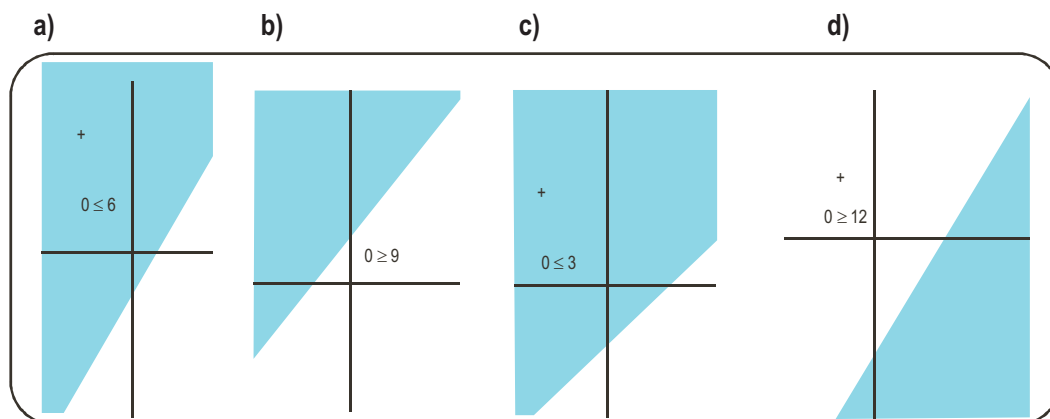
Actividad 8

Las soluciones son los semiplanos coloreados:



Actividad 9

La soluciones son los semiplanos coloreados.



Actividad 10

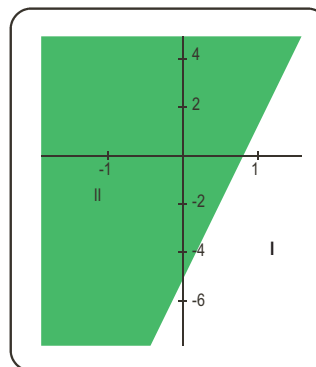
En primer lugar se simplifica:

Se suma $-x + y$ a los dos miembros: $-\frac{3}{2}x - x - \frac{2}{5}y + y > -2$.

Se opera: $-\frac{5}{2}x + \frac{3}{5}y > -2$.

Se multiplica por (-10) : $25x - 6y < 20$.

Se representa gráficamente.



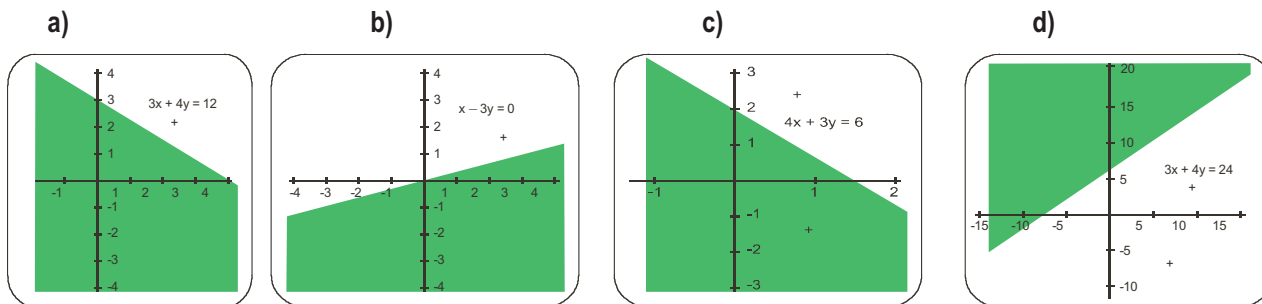
Actividad 11

- a) $3x - 5 > \frac{x}{2}$; $6x - 10 > x$; $5x > 10$; $x > 2$. La solución general es el intervalo: $(2, \infty)$
- b) $6x - 12 < 3(x - 1)$; $6x - 12 < 3x - 3$; $3x < 9$; $x < 3$. La solución general es el intervalo: $(-\infty, 3)$
- c) $6x - 12 \leq \frac{3x}{2} + 6$; $12x - 24 < 3x + 12$; $9x \leq 36$; $x \leq 4$. La solución general será el intervalo: $(-\infty, 4]$
- d) $3x - 6 - \frac{x}{2} \geq 3 - 2x$; $6x - 12 - x \geq 6 - 4x$; $9x \geq 18$; $x \geq 2$. La solución general será el intervalo: $[2, \infty)$

Actividad 12

- a) Se representa la recta $3x + 4y = 12$; los puntos del semiplano en color azul, incluida la frontera es la solución general.
- b) La inecuación simplificada es $x - 3y > 0$; se representa la recta $x - 3y = 0$, los puntos del semiplano azul son la solución general; los puntos de la recta frontera no son solución.
- c) La inecuación simplificada es $4x + 3y < 6$; se representa la recta $4x + 3y = 6$, los puntos del semiplano azul son la solución general, los puntos de la recta frontera no son solución.
- d) La inecuación simplificada es $-3x + 4y \geq 24$; se representa la recta $-3x + 4y = 24$, los puntos del semiplano azul son la solución general de la inecuación, los puntos de la recta frontera también son solución.

Soluciones gráficas:

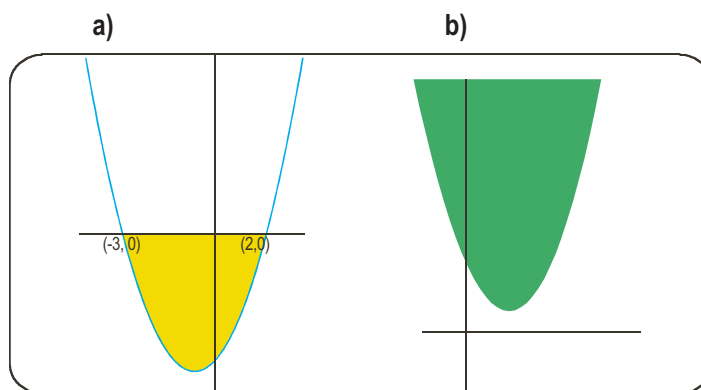


Actividad 13

- a) $x^2 - x - 6 \geq 0$ Se descompone el trinomio $(x - 3)(x + 2) \geq 0$
 Se divide la recta en los intervalos $(-\infty, -2)$ $(-2, 3)$ $(3, \infty)$.
 Se toman valores en los intervalos y se ve si cumplen la inecuación.
 Para $x = -3$; $(-3 - 3)(-3 + 2) \geq 0$; $-6 \cdot (-1) \geq 0$ verdadero; la solución es el intervalo $(-\infty, -2]$
 Para $x = 1$; $(1 - 3)(1 + 2) \geq 0$; $-2 \cdot 3 \geq 0$, falso, el intervalo $(-2, 3)$ no es solución.
 Para $x = 4$; $(4 - 3)(4 + 2) \geq 0$; $1 \cdot 6 \geq 0$, verdadero, el intervalo $[3, \infty)$ es solución.
- b) $x^2 - 4x + 4 \leq 0$. Se descompone el trinomio $(x - 2)^2 \leq 0$ únicamente se cumple para $x = 2$.
- c) $x^2 - 5x + 6 \geq 0$; se descompone el trinomio, $(x - 3)(x - 2) \geq 0$
 Para $x = 1$; $(1 - 3)(1 - 2) = (-2) \cdot (-1) \geq 0$; verdadero, $(-\infty, 2]$ es solución.
 Para $x = 2,5$; $(2,5 - 3)(2,5 - 2) = (-0,5)(0,5) \geq 0$; falso, $(2, 3)$ no es solución.
 Para $x = 4$; $(4 - 3)(4 - 2) = 1 \cdot 2 \geq 0$; verdadero, $[4, \infty)$ es solución.

Actividad 14

Se representa las funciones cuadráticas correspondientes y a partir de ellas se obtienen las soluciones.

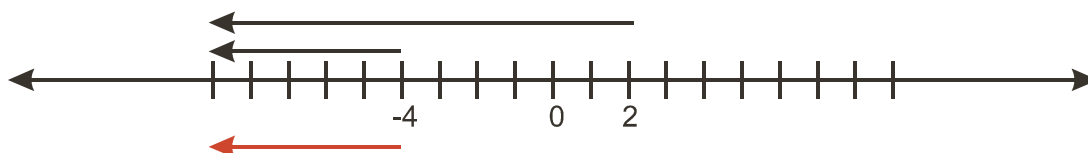


a) Solución $[-3, 2]$

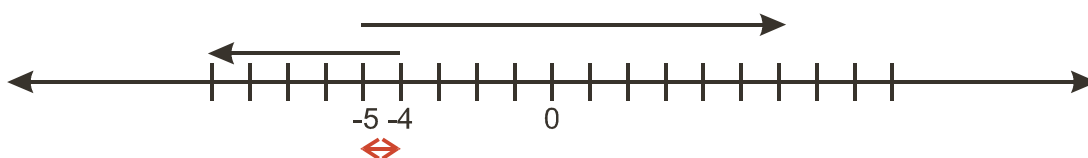
b) Solución $(-\infty, \infty)$

Actividad 15

a) $\begin{cases} 2(x+1)+3 \geq (4x+1) \\ 3(x-1) \leq 2x-7 \end{cases}; \begin{cases} 2x+2+3 \geq 4x+1 \\ 3x-3 \leq 2x-7 \end{cases}; \begin{cases} -2x \geq -4 \\ x \leq -4 \end{cases}; \begin{cases} x \leq 2 \\ x \leq -4 \end{cases}; (-\infty, -4].$



$$b) \begin{cases} \frac{x-2}{4} + \frac{2}{3} \leq \frac{x-1}{6} \\ \frac{x+4}{2} + \frac{1}{5} \geq \frac{x+2}{10} \end{cases}; \begin{cases} 3x-6+8 \leq 2x-2 \\ 5x+20+2 \geq x+2 \end{cases}; \begin{cases} x \leq -4 \\ 4x \geq -20 \end{cases}; \begin{cases} x \leq -4 \\ x \geq -5 \end{cases}; [-5, -4].$$



Actividad 16

a) Si $3x+6 > 0$ entonces $2x-4 \leq 2(3x+6)$; sistema $\begin{cases} 3x+6 > 0 \\ -4x-16 \leq 0 \end{cases}$

Solución analítica: $x > -2$ y $x \geq -4$; o sea el intervalo $(-2, \infty)$

Si $3x+6 < 0$ entonces $2x-4 \geq 2(3x+6)$; sistema $\begin{cases} 3x+6 < 0 \\ -4x-16 \geq 0 \end{cases}$

Solución analítica: $x < -2$ y $x \leq -4$; o sea el intervalo $(-\infty, -4]$

La solución de la ecuación será: $(-\infty, -4] \cup (-2, \infty)$

b) Si $x-4 > 0$ entonces $x \leq 5(x-4)$; sistema $\begin{cases} x-4 > 0 \\ 4x-20 \geq 0 \end{cases}$

Solución analítica: $x > 4$ y $x \geq 5$; o sea, el intervalo $[5, \infty)$

Si $x-4 < 0$ entonces $x \geq 5(x-4)$; sistema $\begin{cases} x-4 < 0 \\ 4x-20 \leq 0 \end{cases}$

Solución analítica: $x < 4$ y $x \leq 5$; o sea, el intervalo $(-\infty, 4)$

La solución de la ecuación será: $(-\infty, 4) \cup [5, \infty)$

c) Si $2x+8 > 0$ entonces $4(2x+8) < 3x-8$; sistema $\begin{cases} 2x+8 > 0 \\ 5x+40 < 0 \end{cases}$

Solución analítica: $x > -4$ y $x < -8$; o sea, el intervalo vacío.

Si $2x+8 < 0$ entonces $4(2x+8) > 3x-8$; sistema $\begin{cases} 2x+8 < 0 \\ 5x+40 > 0 \end{cases}$

Solución analítica: $x < -4$ y $x > -8$; o sea, el intervalo $(-8, -4)$

Solución de la ecuación $(-8, -4)$

d) Si $x > 0$ entonces $2x+8 > 4x$; sistema $\begin{cases} x > 0 \\ 2x-8 < 0 \end{cases}$

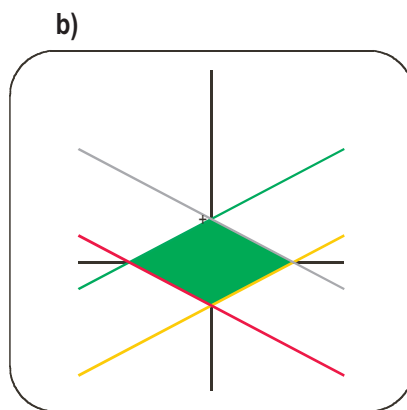
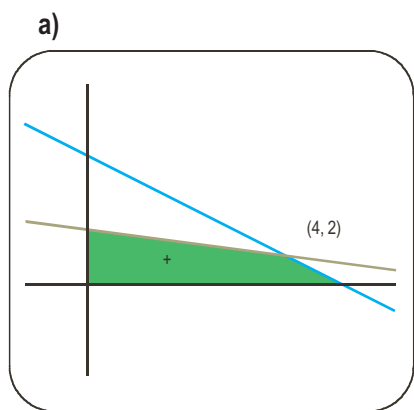
Solución analítica: $x > 0$ y $x < 4$; o sea, el intervalo $(0, 4)$

Si $x < 0$ entonces $2x+8 < 4x$, sistema $\begin{cases} x < 0 \\ 2x-8 > 0 \end{cases}$

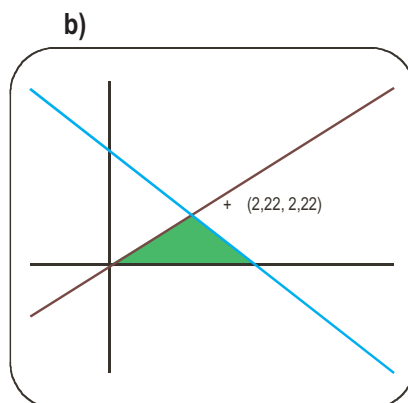
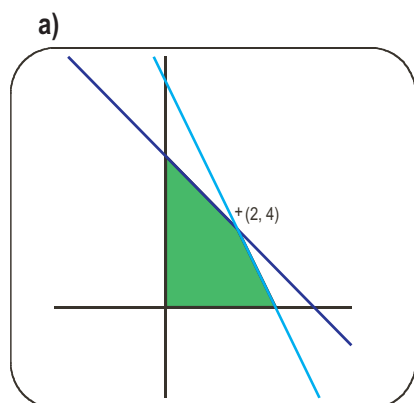
Solución analítica: $x < 0$ y $x > 4$; o sea el intervalo vacío.

Solución de la ecuación $(0, 4)$

Actividad 17

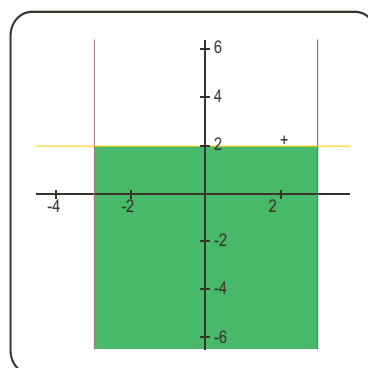


Actividad 18

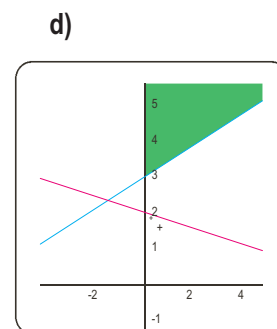
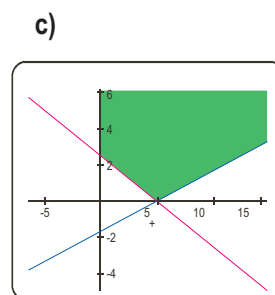
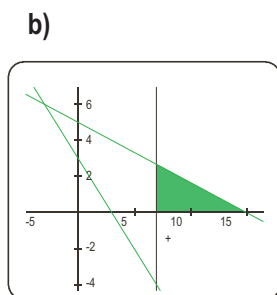
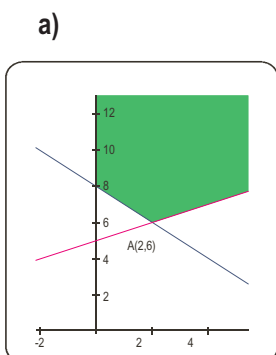


Actividad 19

Se representan los semiplanos solución de cada inecuación, la intersección nos da la solución del sistema.

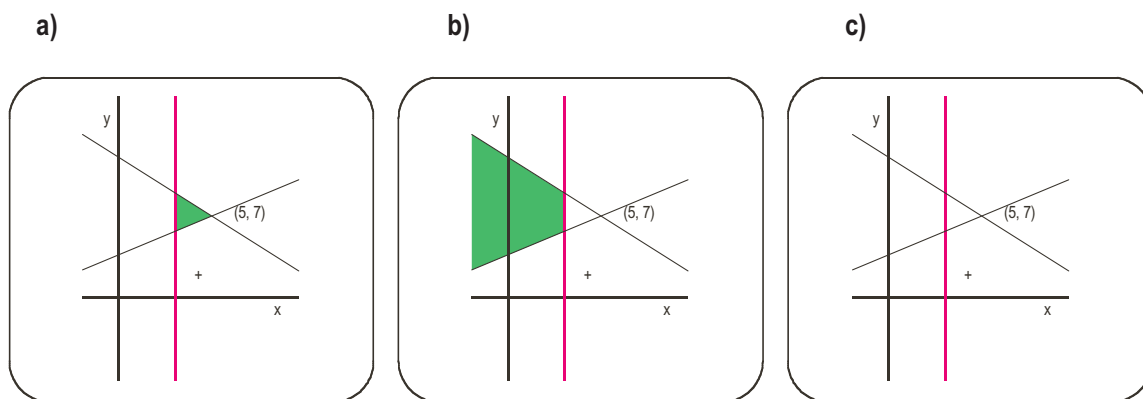


Actividad 20



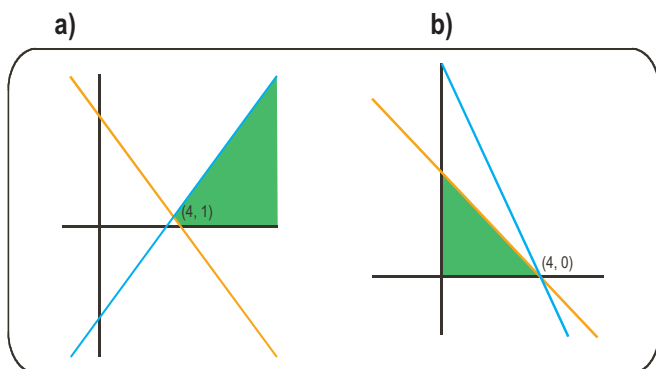
Actividad 21

- Se determinan las soluciones de cada una de las inecuaciones. El conjunto de las soluciones son los puntos del triángulo de color y el punto $(5, 7)$ es solución del sistema ya que cumple las tres inecuaciones.
- En este caso el conjunto de las soluciones es la región abierta de color.
- No tiene solución.



Actividad 22

Las soluciones aparecen en color:



Actividad 23

Las soluciones aparecen en color:

